

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗРАБОТКИ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ И ОБОРУДОВАНИЯ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 664.8.022.1

А.Н. Поперечный, д-р техн. наук, профессор, Н.А. Миронова

ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского», г. Донецк, e-mail: Mironova_nad@mail.ru

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ И РЕЖИМОВ ВИБРАЦИОННОГО ТРАНСПОРТИРОВАНИЯ ПЛОДОВЫХ КОСТОЧЕК

A.N. Poperechnyi, Dr.Sci., Professor, N.A. Myronova

SO HPE «Donetsk national university of economics and trade named after Mykhayilo Tugan-Baranovsky», Donetsk, e-mail: Mironova_nad@mail.ru

THEORETICAL BASIS PARAMETERS AND MODES OF VIBRATIONAL TRANSPORTATION FRUIT OSSICLES

Целью статьи является теоретическое обоснование основных параметров и режимов вибрационного транспортирования плодовых косточек путем исследования движения перемещаемого материала по вибрирующей поверхности с определением скорости вибротранспортирования.

Результаты. Полученные аналитические зависимости относительно движения одиночного тела по вибрирующему рабочему органу, совершающего колебания, направленные под углом α к горизонту по гармоническому закону, позволяют исследовать движение перемещаемого материала по вибрирующей поверхности и определить скорость вибротранспортирования плодовых косточек.

Научная новизна. Приведенные аналитические зависимости позволяют произвести моделирование процесса перемещения продукта по вибрирующей поверхности, учитывая основные параметры процесса.

Практическая значимость. Полученные результаты могут быть использованы в разработке и создании технологического оборудования для переработки продуктов, в частности, плодовых косточек на плодоовощных предприятиях.

Ключевые слова: *вибрация, транспортирование, плодовые косточки*

Проблема сохранения и переработки плодовых косточек как ценного сырья для масложировой промышленности решается их сушкой на плодоовощных предприятиях.

В связи с этим особую актуальность имеют исследования с целью разработки новых способов сушки, которые обеспечивают высокое качество готового продукта, создание условий для более полной переработки плодовых косточек, уменьшение потерь, а также значительной интенсификации процесса сушки, что позволяет снизить удельные энергозатраты. Улучшение показателей процесса сушки косточек для повышения качества готового продукта, возможно, обеспечить путем применения комбинированного способа сушки с использованием инфракрасного (ИК) нагрева и виброкипящего слоя. Кроме того, к этому способу сейчас все чаще обращаются в пищевой инженерии при решении задач интенсификации технологических процессов. Поэтому создание научных основ процесса сушки плодовых косточек с применением инфракрасного излучения и виброкипящего слоя является актуальной задачей и имеет важное теоретическое и практическое значение.

Одной из основных задач при проектировании сушилки с использованием инфракрасного излучения и вибрации является исследования характера и скорости виброперемещения продукта по поверхности рабочего органа.

Целью статьи теоретическое обоснование основных параметров и режимов вибрационного транспортирования плодовых косточек путем исследования движения перемещаемого материала по вибрирующей поверхности с определением скорости вибротранспортирования.

При проектировании технологических вибрационных машин практическое значение имеет задача определения закона движения продукта. Для этого, прежде всего, необходимо понять физическую сущность технологического процесса, то есть взаимодействие свойств продукта и его динамическое влияние на движение машины.

В связи со значительной сложностью процесса вибротранспортирования насыпных грузов, при теоретическом его исследовании делают ряд упрощающих предположений. На основе целого ряда экспериментальных исследований [1-5] установлено, что сделанные предположения не вносят существенных погрешностей в конечные результаты.

Прежде всего, при теоретических исследованиях процесса перемещения материала предполагается, что рабочий орган вибротранспортирующих машин осуществляет гармонические колебания.

Характер движения перемещающихся частиц материала рассматривается также с рядом упрощающих предположений по отношению к тем действующим факторам, которые трудно учесть. Относительно свойств частиц материала не учитываются: плотность (физическая и насыпная), форма частиц, влагосодержание, воздухопроницаемость, упругие свойства, внутреннее трение и другие внутренние силы; относительно создания вибромашины - форма колебаний и тип привода, жесткость конструкции рабочего органа; относительно взаимодействия насыпного материала с рабочим органом (желобом) - процессы качения, скольжения, прилипания и тому подобное.

При моделировании движения тел вибротранспортированием и родственных ему других способов определяют незначительное количество показателей: скорость транспортирования, скорость взаимного перемещения частиц, мощность привода, влияние загрузки на движение рабочего органа.

Простейшая модель твердых тел и сыпучей среды, которые перемещаются или обрабатываются с помощью вибрационных машин и устройств - теоретическая модель анализа движения материальной точки (частицы массой m) на вибрирующей жесткой плоскости.

Рассматривается движение отдельной материальной точки, вместо сыпучей среды, обладающей определенными физико-механическими свойствами, присущими сыпучей среде. Возможность такой замены подтверждена многочисленными экспериментами [1,2].

Частица может находиться по отношению к рабочей поверхности:

- в относительном покое;
- скольжении вперед;
- скольжении назад;
- движении с отрывом (или полетом).

Таким образом, в зависимости от требований технологии, подбирая различные режимы возбуждения рабочего органа, возможно добиться желаемого движения частиц.

Наиболее эффективными с точки зрения тепло - и массопереноса в вибрирующем слое являются отрывные режимы движения частиц [3-5]. Они обеспечивают наибольшие скорости перемещения частиц и стабильность движения. При отрывном движении частиц в пространстве между вибрирующей поверхностью (вibroстакана) и нижним слоем частиц возникает знакопеременный аэродинамический напор (разрежения и повышения давления) [1,3]. Разрежение возникает в начале движения материала (слоя частиц) в момент, когда увеличивается расстояние между слоем и поверхностью (дном стакана). При обратном движении слоя частиц, наоборот, происходит повышение давления.

Рассмотрим вибрационный транспорт с подбрасыванием материала (косточек) от поверхности рабочего органа.

На рисунке 1 показана схема вибрационного транспортера, где рабочий орган – горизонтальный лоток совершает колебания, направленные под углом α к горизонту, по гармоническому закону:

$$S = A \sin \omega t, \quad (1)$$

где: S - перемещение; A – амплитуда; ω – угловая частота; t – время.

В системе координат, которая связана с поверхностью лотка, на косточку в общем случае действуют: сила тяжести $F_m = mg$, трения по поверхности лотка F_{mp} , инерции I , нормальная реакция поверхности на косточку N .

Вертикальная и горизонтальная составляющие движения рабочего органа определяются соотношениями:

$$y = A \sin \alpha \sin \omega t, \quad x = A \cos \alpha \sin \omega t. \quad (2)$$

Дифференцирование (2) по времени дает составляющие по скорости:

$$\dot{y} = A \omega \sin \alpha \cos \omega t, \quad \dot{x} = A \omega \cos \alpha \cos \omega t, \quad (3)$$

по ускорению:

$$\ddot{y} = -A \omega^2 \sin \alpha \sin \omega t, \quad \ddot{x} = -A \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t. \quad (4)$$

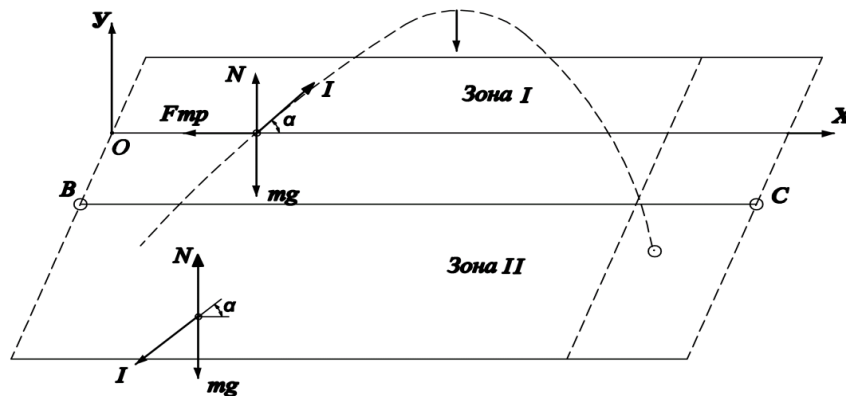


Рисунок 1 - Расчетная схема сил, действующих на косточку плода в аппарате виброкипящего слоя

Дифференциальное уравнение относительно движения частицы (косточки) в осях XOY , жестко связанных с вибрирующей поверхностью, в данном случае имеют вид:

$$m \ddot{x} = mA \omega^2 \cos \alpha \sin \omega t + F_{mp}; \quad (5)$$

$$m \ddot{y} = mA \omega^2 \sin \alpha \sin \omega t - mg + N, \quad (6)$$

где: m – масса частицы, кг; α – угол наклона траектории колебаний относительно плоскости (угол вибрации), град; F_{mp} – сила сопротивления движению частицы, которую можно считать силой сухого (кулоновского) трения, Н; N – нормальная реакция, Н; g – ускорение свободного падения, m/c^2 .

Является целесообразным колебательную плоскость BC рассматривать в двух зонах (рисунок 1). Зона I определяется положениями, которые занимает подвижная плоскость выше своего статического равновесия, в зависимости от того, движется она вверх или вниз, а зона II – теми, которые занимает плоскость ниже своего статического равновесия.

Движение частиц рассмотрим относительно подвижной системы координат XOY , связанной с плоскостью BC .

Анализируя силы, действующие на частицу (косточку), которая попала на плоскость BC , легко заметить, что в зоне II, в каком бы направлении плоскость не осуществляла движение, переносная сила инерции стремится переместить частицу вдоль отрицательного направления оси OX и увеличить силу нормального давления на плоскость.

В зоне I переносная сила инерции стремится оторвать частицу от плоскости и одновременно сообщить ей движение в направлении оси OX . Такая асимметрия создается благодаря наличию угла между направлением вибрации и плоскостью BC .

В связи с тем, что направление вибрации имеет определенный угол α с плоскостью BC , появляется возможность в обеспечении преимущественного движения частиц материала вверх по плоскости BC при симметричном ее колебательном движении.

Как уже было нами определено для интенсификации тепло - массообмена при сушке косточек ИК- излучением желательнее транспортировать косточки с максимальным подбрасыванием и при этом их переворачиванием. При этом достигается равномерное воздействие ИК- лучей на весь объем продукта.

Рассмотрим сначала вертикальное движение косточки после отрыва ее от рабочего органа, который происходит в момент времени t_1 , когда вертикальное ускорение \ddot{y} по абсолютной величине становится равным ускорению свободного падения g :

$$A\omega^2 \sin \alpha \cos \omega t_1 = g. \quad (7)$$

Основным параметром вибрационного транспортера данного типа является безразмерный коэффициент режима вибрации - параметр перегрузки:

$$k_g = \frac{A\omega^2 \sin \alpha}{g}. \quad (8)$$

Этот коэффициент показывает во сколько раз максимум вертикальной составляющей ускорения рабочего органа \ddot{y}_{max} больше ускорения свободного падения.

Частица будет двигаться без отрыва от поверхности (без «подбрасывания») если $N(t) > 0$, то есть

$$k_g = \frac{A\omega^2 \sin \alpha}{g} \leq 1. \quad (9)$$

При выполнении условия

$$k_{\epsilon} = \frac{A\omega^2 \sin \alpha}{g} > 1, \quad (10)$$

противоположного (9) в момент времени t_1 , который определяется равенством-соотношением

$$\sin \omega t_1 = \frac{1}{k_{\epsilon}}$$

или

$$\omega t_1 = \arcsin \frac{1}{k_{\epsilon}}, \quad (11)$$

изначально находясь на поверхности, частица отрывается от нее; в данный момент времени нормальная реакция $N(t)$ преобразуется в ноль. Поэтому при выполнении (11) будет иметь место движение частицы с отрывом от поверхности (с подбрасыванием). В отличие от движения без подбрасывания в этом случае может существовать бесконечное множество различных установившихся режимов движения.

Свободный полет косточки в вертикальном направлении описывается уравнением (рисунок 2):

$$y_m = y_o + \dot{y}_o(t-t_1) - g(t-t_1)^2 / 2, \quad (12)$$

где: y – вертикальное перемещение косточки; y_o – начальное положение косточки в момент отрыва от рабочего органа; \dot{y}_o – начальная скорость косточки в момент отрыва.

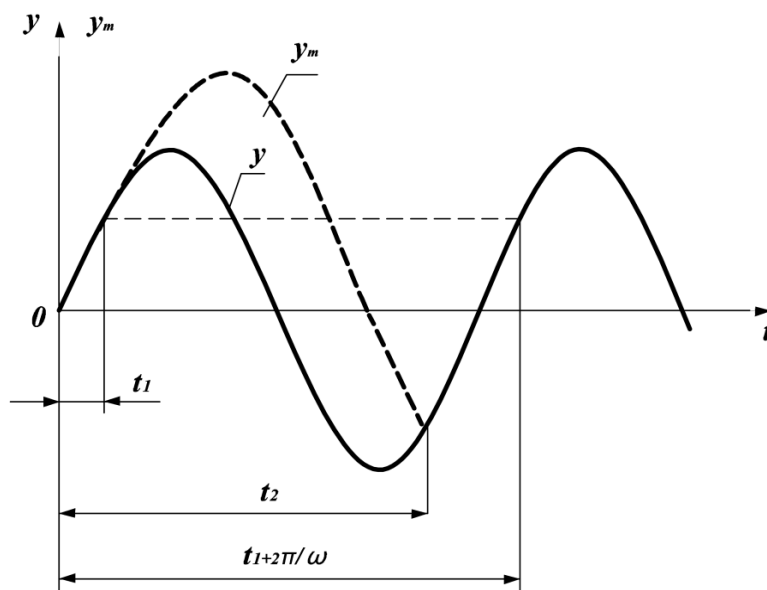


Рисунок 2 – Траектория движения косточки по лотку

Из соотношений (2) и (3) получаем:

$$y_0 = A \sin \alpha \sin \omega t_1, \quad (13)$$

$$\dot{y}_0 = A \omega \sin \alpha \cos \omega t_1. \quad (14)$$

Подставив (13) и (14) в (12) получаем:

$$y_m = A \sin \alpha \sin \omega t_1 + A \omega \sin \alpha \cos \omega t_1 (t - t_1) - \frac{g(t - t_1)^2}{2}. \quad (15)$$

Момент времени t_2 падения косточки на рабочий орган получаем из условия $y = y_m$:

$$A \sin \alpha \sin \omega t_2 = \frac{g}{\omega^2} + \frac{g k_6 \cos \omega t_1}{\omega} (t_2 - t_1) - \frac{g(t_2 - t_1)^2}{2}. \quad (16)$$

Если обозначить

$$U = \frac{\omega}{2} (t_2 - t_1), \quad (17)$$

то условие (16) принимает вид:

$$A \sin \alpha \sin(2U + \omega t_1) = \sin \omega t_1 + \frac{2U g k_6 \cos \omega t_1}{\omega^2} - \frac{2gU^2}{\omega^2},$$

или

$$\sin(2U + \omega t_1) = \sin \omega t_1 + 2U \cos \omega t_1 - 2U^2 \sin \omega t_1 \quad (18)$$

Из квадратного уравнения (18) при известном значении ωt_1 находим U , а затем t_2 из (17). В момент времени t_2 происходит удар и если отскок отсутствует, то косточка движется в контакте с рабочим органом до нового отрыва при условии:

$$t = t_1 + \frac{2\pi}{\omega}.$$

На рисунке 2 приведен штриховой линией график y_m при $t_2 < t_1 + \frac{2\pi}{\omega}$.

При $t_2 = t_1 + \frac{2\pi}{\omega}$ наблюдается режим непрерывного подбрасывания. Для этого режима $U = \pi$.

Подставляя $U = \pi$ в уравнение (18), определяем значение ωt_1^* , при котором будет иметь место режим непрерывного подбрасывания:

$$\sin \omega t_1^* = \sin \omega t_1^* + 2\pi \cos \omega t_1^* - 2\pi^2 \sin \omega t_1^*$$

или
$$\operatorname{tg} \omega t_1^* = \frac{1}{\pi}.$$

Безразмерный коэффициент режима вибрации при непрерывном подбрасывании будет равен:

$$k_g^* = \frac{1}{\sin \omega t_1^*} \quad \text{или} \quad k_g^* = \sqrt{\pi^2 + 1} \approx 3,3.$$

В промышленных вибрационных транспортерах как правило принимают $2 < k_g < 2,8$.

Горизонтальная скорость косточки при свободном полете сохраняется постоянной и равной горизонтальной составляющей рабочего органа в момент отрыва косточки:

$$V_2 = A \omega \cos \alpha \cos \omega t_1,$$

или

$$V_2 = A \omega \cos \alpha \frac{\sqrt{k_g^2 - 1}}{k_g}. \quad (19)$$

Таким образом, в рамках принятой постановки задачи возможно определение параметров вибрации рабочего органа вибромашины - амплитуды, частоты, скорости транспортирования.

В случае достаточно интенсивного подбрасывания, отвечающему значению коэффициента режима вибрации (параметра перегрузки):

$$k_g > 3,5 \frac{1 + R^2}{(1 + R)^2},$$

где R - коэффициент обновления ($0 < R < 1$), с погрешностью, не превышающей 15% среднюю скорость транспортирования частицы можно определить по формуле [2]:

$$V \approx A \omega \cos \alpha, \quad (20)$$

то есть скорость транспортирования оказывается приближенно равной амплитуде продольной проекции скорости колебаний вибрирующей плоской поверхности.

Недостаток приведенных простых приближенных формул в том, что они не отражают зависимость скорости от коэффициента трения. Однако при наличии интенсивного подбрасывания эта зависимость является довольно слабой, и во многих случаях может не учитываться [2].

Выводы. Рассмотренные нами аналитические зависимости относительно движения одиночного тела по вибрирующему рабочему органу (лотку), совершающего колебания, направленные под углом α к горизонту по гармоническому закону подтверждаются теоретическими исследованиями относительно движения слоя материала в вибрирующем цилиндре [1].

Полученные зависимости позволяют исследовать движение перемещаемого материала и определить скорость вибротранспортирования по приведенной формуле (20).

Литература

1. Демидов А.С. Совершенствование процесса сушки масличных семян инфракрасным излучением на основе математического моделирования: Дис. ... канд. техн. наук / А.С. Демидов - Санкт-Петербург, 2012. – 112 с.

2. Аношин И.М. Теоретические основы массообменных процессов пищевых производств / Аношин И.М. - Москва.: Пищевая пром-сть, 1970. - 344 с.

3. Шодиев С.С. Интенсификация процесса тепловой обработки косточковых маслосодержащих материалов с использованием нетрадиционных методов подвода энергии: Дис. ... маг. техн. наук / С.С. Шодиев. - Бухара, 2010. -81с.

4.Ильясов С.Г. Физические основы инфракрасного облучения пищевых продуктов /С.Г. Ильясов, В.В. Красников // Пищевая промышленность. - Москва, 1978. – 358 с.

5. Членов В.А. Виброкипящий слой / В.А. Членов, Н.В. Михайлов.: Москва. - Наука, 1972. – 342 с.

Objective. The aim of the article is the theoretical basis of key parameters and modes of vibration transporting fruit seed by examining the movement of transported material on the vibrating surface with the definition of vibrational rate.

Results. The analytical dependence with respect to a single movement of the body by vibrating the working body oscillates directed at an angle α to the horizon harmonically, allow us to study the movement of transported material on the vibrating surface and determine the rate of vibrational fruit seed.

Scientific novelty. These analyzes make it possible to produce according to modeling the process of moving on the vibrating surface of the product, taking into account the basic parameters of the process.

Practical value. The results can be used in the development and creation of technological equipment for processing of products, in particular fruit seed in the fruit and vegetable plants.

Keywords: *vibration, transportation, fruit ossicles.*

Статья рекомендована к публикации профессором кафедры общепромышленных дисциплин ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского», доктором технических наук Соколовым С.А.

Дата поступления рукописи 23.11.2016г.

УДК 539.3/8 (075.8)

Ф. Л. Шевченко, д-р техн. наук, профессор, Ю. В. Петтик, канд. техн. наук
ГОУ ВПО «Донецкий национальный технический университет», г. Донецк, e-mail: mr.petttik@gmail.com

УПРОЩЕННЫЙ ДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ ОБОРУДОВАНИЯ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

F.L. Shevchenko, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Yu.Vl. Pettik, Cand. Sci. (Tech.)
SEI HPE «Donetsk National Technical University», e-mail: mr.petttik@gmail.com

SIMPLIFIED DYNAMIC ANALYSIS OF THE ELEMENTS OF FOOD INDUSTRY EQUIPMENT

Приведены результаты теоретических исследований, показывающих методику вывода упрощенного динамического расчета систем с распределенными и дискретными параметрами, т.е. систем с распределенными и сосредоточенными массами.

Цель работы - обоснование упрощенного динамического расчета оборудования пищевой промышленности с распределенными параметрами и дискретными массами. Приводится расчет балки с распределенными массами и двумя сосредоточенными массами. Дана методика приведения этих балок к системе с одной сосредоточенной приведенной массой с соответствующими коэффициентами приведения. Показано, что точное решение и приближенное решение отличаются на доли процента.

Методика. При выводе упрощенных, инженерных зависимостей показано, что уравнения силовых и деформационных в экспоненциальных функциях или функциях Крылова можно свести к упрощенному динамическому расчету с распределенными параметрами и дискретными массами. При этом, расчетные уравнения перемещений и внутренних силовых факторов будут заранее известны или легко находятся из начальных условий, предложенной упрощенной расчетной схемы.

Результаты. Исследования в данном направлении позволят максимально снизить трудоемкость вычислительных трудностей и позволят инженерам-расчетчикам выполнять динамические расчеты с высокой точностью.

Научная новизна. Предложена методика позволяет сводить сложное решение дифференциального уравнения движения сечений балки четвертого порядка к решению методом Фурье.

Практическая значимость. Предложенную методику упрощенного динамического расчета, можно использовать при расчете в проектных организациях, занимающихся проектированием и динамическим расчетом элементов оборудования пищевой промышленности, а так же в учебном процессе при изучении курса сопротивления материалов.

Ключевые слова: *оборудование, динамическое воздействие, распределенные параметры, упрощенный динамический расчет, сосредоточенная и распределенная масса, спектр частот, собственные колебания, уравнение движения, приведение масс, напряжение, продольные и крутильные колебания.*

В пищевой промышленности применяется сложное механическое оборудование, испытывающее динамические воздействия от внешних нагрузок.

Это оборудование состоит из отдельных элементов, представляющих системы с распределенными и дискретными параметрами, т.е. системы с распределенными и сосредоточенными массами. Это могут быть стержни, испытывающие растяжение-сжатие или кручение, балки, испытывающие изгиб и т. д. Динамический расчет таких систем с распределенными параметрами сводится к решению дифференциальных уравнений в частных производных второго (для однородных стержней и валов) или четвертого порядка (для балок). Решение таких уравнений в рядах Фурье приводит к уравнениям силовых и деформационных в экспоненциальных функциях или в функциях Крылова, использование которых для инженера-расчетчика представляет значительные трудности [1].

Целью работы является разработка и исследование упрощенного (инженерного) динамического расчета оборудования с распределенными параметрами и дискретными массами.

Расчетные трудности, можно заметно упростить, заменив расчет систем с распределенными параметрами соответствующими системами с одной приведенной массой. При этом, расчетные уравнения перемещений и внутренних силовых факторов будут заранее известны или легко находятся из начальных условий, предложенной упрощенной расчетной схемы.

Известно, что две системы считаются динамически эквивалентными, если их частоты собственных колебаний одинаковы. Системы с распределенными параметрами имеют бесконечное количество частот собственных колебаний, а системы с одной степенью свободы имеют одну частоту. Практика показывает, что в упрощенном расчете достаточно систему с распределенными параметрами заменить системой с одной сосредоточенной (приведенной) массой, величина которой находится из условия равенства частоты первого тона колебаний заданной системы и частоты условной системы с одной приведенной массой и одной частотой колебаний [2]. Тогда динамический расчет системы с распределенными параметрами будет сводиться лишь к вычислению коэффициента нарастания колебаний ν и динамическому коэффициенту при ударном нагружении k_d :

$$\nu = (1 - \theta^2 / \omega^2)^{-1} \quad \text{и} \quad k_d = 1 + \sqrt{1 + 2h\eta / f}, \quad (1), (2)$$

где θ – частота колебаний возмущающей нагрузки; ω – частота собственных колебаний эквивалентной балки; h – высота падения груза при ударе, η –

коэффициент передачи энергии, f – квазистатическое перемещение в месте удара.

В качестве примера рассмотрим расчет простой балки с распределенными массами интенсивностью m (рисунок 1).

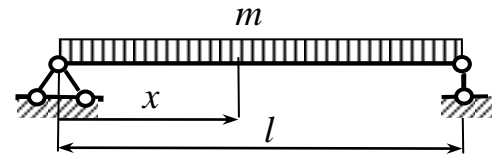


Рисунок 1

Дифференциальное уравнение движения сечений балки в этом случае будет иметь вид

$$EJ \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = -m \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2}. \quad (3)$$

Решая это уравнение методом Фурье в виде стоячих волн $y(x,t) = y(x)T(t)$, получаем уравнение движения поперечных сечений балки в виде выражения

$$y(x) = \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \operatorname{ch} k_i x + B_i \operatorname{sh} k_i x + C_i \cos k_i x + D_i \sin k_i x) \sin(\omega_i t + \mu_i). \quad (4)$$

Постоянные интегрирования и волновые числа k находятся из граничных условий задачи, затем с помощью жесткости EJ определяется спектр частот собственных колебаний

$$\omega_n = k_n^2 \sqrt{\frac{EJ}{m}}. \quad (5)$$

Для двухопорной балки (рисунок 1) уравнения изогнутой оси, углов поворота и кривизны имеют вид:

$$\begin{aligned} y(x) &= A \operatorname{ch} kx + B \operatorname{sh} kx + C \cos kx + D \sin kx, \\ \frac{y'(x)}{k} &= A \operatorname{sh} kx + B \operatorname{ch} kx - C \sin kx + D \cos kx, \\ \frac{y''(x)}{k^2} &= A \operatorname{ch} kx + B \operatorname{sh} kx + C \cos kx - D \sin kx. \end{aligned}$$

Из условий закрепления балки на левой опоре $y(0) = y''(0) = 0$ находим значение $A=B=0$, из таких же условий на правой опоре получаем систему уравнений:

$$B \operatorname{sh} \lambda + D \sin \lambda = 0; \quad B \operatorname{sh} \lambda - D \sin \lambda = 0, \quad \lambda = kl.$$

Отсюда следует $B=0$ и $\sin \lambda = 0$, т.е. $\lambda = n\pi$. Так находим $kl = n\pi$, т.е. $k = \frac{n\pi}{l}$, тогда уравнение движения сечений принимает следующий вид

$$y(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} D_n \sin \frac{n\pi x}{l} \sin(\omega_n t + \mu_n),$$

а согласно (5) получаем спектр частот собственных колебаний

$$\omega_n = k_n^2 \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \frac{\lambda_n^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}} = \frac{n^2 \pi^2}{l^2} \sqrt{\frac{EJ}{m}}. \quad (6)$$

Известно, что в системе с одной степенью свободы частота колебаний равна

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11} M}}, \quad (7)$$

где δ_{11} – перемещение от единичной силы в сечении с массой M .

Положив $M = M_{np} = ml\xi_{np}$, из равенства вышеуказанных частот при $n = 1$ получаем коэффициент приведения распределенной массы

$$\xi_{np} = \frac{l^3}{\lambda^4 \delta_{11} EJ}. \quad (8)$$

Рекомендуется приводить массу балки и сосредоточенные массы (если они имеются) в сечение балки, испытывающее удар или воздействие возмущающей силы.

Сосредоточенные массы M_i , приложенные в сечениях i , приводятся в сечение 1 на основании определения о динамически эквивалентных системах, откуда следует формула коэффициента приведения сосредоточенных масс

$$\xi_{M_i} = \frac{\sum \delta_{ii}}{\delta_{11}}. \quad (9)$$

Рассмотрим конкретную задачу, например двухопорную балку жесткостью $EJ = 3,68 \cdot 10^6 EJ$, длиной $l=6$ м с распределенной массой $m = 400$ кг/м и двумя сосредоточенными массами $M = ml$, испытывающую воздействие гармонической силы $P(t) = P \sin \theta t$ с амплитудным значением $P = 300$ Н и циклической частотой $\theta = 10$ 1/с (рисунок 2).

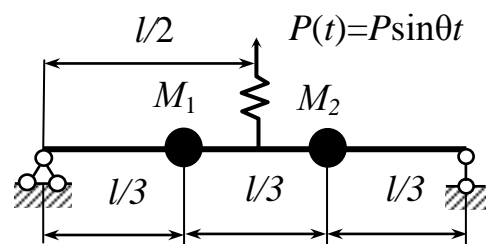


Рисунок 2

Заданную балку как систему с распределенными параметрами заменяем условной невесомой балкой с одной сосредоточенной приведенной массой (рисунок 2) с коэффициентами приведения масс (8), (9):

$$\xi_{np} = \frac{l^3}{\lambda^4 \delta_{11} EJ} + 2 \frac{3l^3}{256 EJ \delta_{11}} = \left(\frac{1}{\pi^4} + 2 \cdot \frac{3}{256} \right) 48 = 1,618, \quad \text{здесь} \quad \delta_{11} = \frac{l^3}{48 EJ} \quad \text{и}$$

$\delta_{22} = \frac{3l^3}{256 EJ}$ – единичные коэффициенты, вычисленные по правилу Верещагина.

Затем по упрощенной расчетной схеме (рисунок 3) вычисляем частоту собственных колебаний балки

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{\delta_{11} M_{np}}} = \sqrt{\frac{48 EJ}{l^3 \cdot M_{np}}} = \sqrt{\frac{48 \cdot 3,68 \cdot 10^6}{6^3 \cdot 1,618 \cdot 400 \cdot 6}} = 14,51 \text{ с}^{-1}.$$

Коэффициент нарастания колебаний (1) будет равен

$$v = (1 - \theta^2 / \omega^2)^{-1} = \frac{1}{1 - \frac{10^2}{14,51^2}} = 1,905.$$

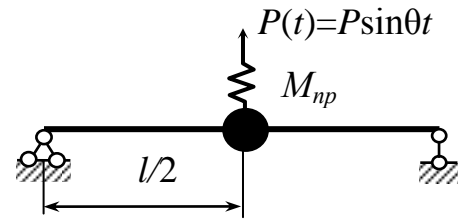


Рисунок 3

Динамический изгибающий момент от гармонической нагрузки составит

$$M_{\partial} = v \frac{Pl}{4} = 1,905 \frac{3000 \cdot 6}{4} = 5715 \text{ Нм}.$$

Напряжение в двутавровой балке № 20 с моментом сопротивления $W = 184 \text{ см}^3$ будет равно

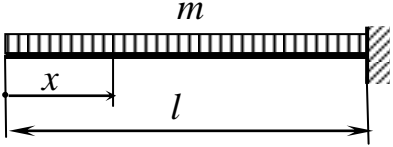
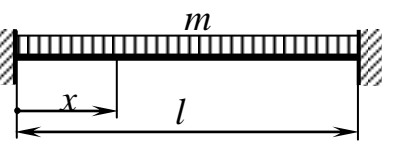
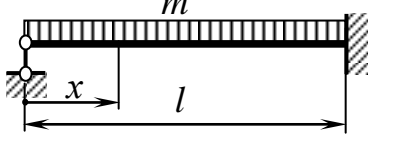
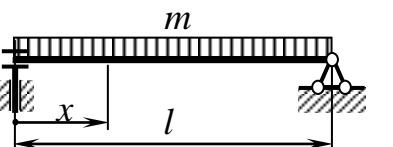
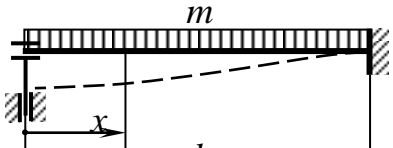
$$\sigma = \frac{M_{\partial}}{W} = \frac{5715}{184} = 31 \text{ МПа}.$$

К этому напряжению необходимо добавить напряжение от статического нагружения силами $P_c = Mg$ и равномерно распределенной нагрузкой интенсивностью $q = mg$.

Таким образом, для различных расчетных схем нагружения и закрепления весоных балок можно представить их спектры частот собственных колебаний в таблице.

Таблица 1 - Спектры частот собственных колебаний весоных балок

№ п/п	Расчетная схема	Опорные условия	Частотное уравнение	Собственные числа
1	2	3	4	5
1		$y(0) = 0$, $M(0) = 0$, $y(l) = 0$, $M(l) = 0$	$\sin kl = 0$	π , 2π , 3π , \dots $n\pi$

1	2	3	4	5
2		$M(0) = 0$, $Q(0) = 0$, $y(l) = 0$, $\theta(l) = 0$	$chkl \cdot \cos kls =$ $= -1$	1,8751, 4,6941, 7,8532, ... $\pi(2n - 1)/2$
3		$y(0) = 0$, $\theta(0) = 0$, $y(l) = 0$, $\theta(l) = 0$	$chkl \cdot \cos kl = 1$	4,7300, 7,8532, 10,9956, ... $\pi(2n + 1)/2$
4		$y(0) = 0$, $M(0) = 0$, $y(l) = 0$, $\theta(l) = 0$	$tgkl = thkl$	3,9266, 7,0686, 10,2102, ... $\pi(4n + 1)/4$
5		$\theta(0) = 0$, $Q(0) = 0$, $y(l) = 0$, $M(l) = 0$	$\cos kl = 0$	$\pi/2$, $2\pi/2$, $3\pi/2$, ... $\pi(2n - 1)/2$
6		$\theta(0) = 0$, $Q(0) = 0$, $y(l) = 0$, $\theta(l) = 0$	$tgkl = -thkl$	2,3650, 2,4978, 8,6394, ... $\pi(4n - 1)/4$

Аналогичный упрощенный динамический расчет производится при продольных и крутильных колебаниях с заменой дифференциального уравнения четвертого порядка (3) на уравнение второго порядка при продольных колебаниях

$\ddot{u}(x,t) - c^2 u''(x,t) = f(x,t)$ или $\frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial x^2} - c^2 \frac{\partial^2 \varphi(x,t)}{\partial t^2} = \frac{m(x,t)}{J}$ при крутильных колебаниях, чему соответствуют уравнения деформированной оси стержня $u(x,t) = (A \cos kx + B \sin kx) \sin(\omega t + \mu)$ с линейными перемещениями u или угловыми перемещениями φ [2, 3].

Таким образом, упрощенные динамические расчеты показывают, что точность данного приближенного решения вполне устраивает проектировщиков при расчетах и конструировании промышленных установок. При этом погрешность вычислений по упрощенной методике не превышает доли процента от точного решения.

Литература

1. Киселев В.А. Строительная механика. Специальный курс. Динамика и устойчивость сооружений / Киселев В.А. – М.: Издат-во лит. по строит. 1964. – 332 с.
2. Шевченко Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем. Часть 1. Напряженно-деформируемое состояние стержней. / Учебное пособие – Донецк: ООО «NORD-PRESS», 2005. – 288 с.
3. Шевченко Ф. Л. Задачи по сопротивлению материалов / Шевченко Ф. Л., Царенко С.Н. // Изд. второе, Донецк: ООО «Цифровая типография», 2009. – 354 с.

Objective. The purpose of the article are to study the simplified dynamic analysis of the equipment food industry with distributed parameters and discrete masses. Showed calculation of the girder with distributed masses and two concentrated masses. Showed method of bringing these girder to the system with a concentrated reduced mass with the corresponding coefficient. Exact solution and the approximate solution differs by no more one percent.

Methods. In the derivation of simplified engineering dependencies shown that the equations of force and deformation in the exponential function or functions Krylov can be reduced to the simplified dynamic calculations with distributed parameters and discrete masses. At the same time, the estimated equations of displacement and internal force factors are known in advance, or can easily be found from the initial conditions, the proposed simplified design scheme.

Results. Research in this area will help to minimize the complexity of computational problems and allow design engineer to perform dynamic calculations with high accuracy.

Practical importance. Research in this area will help to minimize the complexity of computational problems and allow design engineer to perform dynamic calculations with high accuracy

Keywords: *equipment, dynamic impact, distributed parameters, simplified dynamic calculation, the concentrated mass, the frequency spectrum, the natural oscillations, equation of motion, mass reduction, stress, longitudinal and torsional vibrations.*

Статья рекомендована к публикации профессором кафедры оборудования пищевых производств ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского», доктором технических наук Заплетниковым И.Н.

Дата поступления рукописи 02.12.2016г.