

# МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗРАБОТКИ ПИЩЕВЫХ ПРОДУКТОВ И ОБОРУДОВАНИЯ ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

УДК 665.3

**В.Ю. Овсянников, канд. техн. наук, доцент, В.И. Бойченко, магистрант**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Воронежский государственный университет инженерных технологий», г. Воронеж, e-mail: [ows2003@mail.ru](mailto:ows2003@mail.ru), [ig.boi4enko@ya.ru](mailto:ig.boi4enko@ya.ru)

## ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА ПРЕССОВАНИЯ ТЫКВЕННЫХ СЕМЯН

**V.Yu. Ovsyannikov, cand. tech. sciences, associate Professor, V.I. Boychenko, master student**

Federal state budgetary educational institution of higher professional education «Voronezh state University of engineering technologies», Voronezh, e-mail: [ows2003@mail.ru](mailto:ows2003@mail.ru), [ig.boi4enko@ya.ru](mailto:ig.boi4enko@ya.ru)

## OPTIMIZATION OF PRESSING PROCESS PUMPKIN SEEDS

**Цель:** Определение оптимальных параметров процесса прессования семян тыквы, при которых выход масла максимален, а затраты энергии - минимальны.

**Методика:** проведены экспериментальные исследования прессования семян тыквы в шнековом прессе при следующих параметрах изменения входных факторов: частота вращения шнека пресса 25,0...55,0 мин<sup>-1</sup>, ширина зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха, 0,5...8,0 мм, влажность семян тыквы в пересчете на абсолютно сухое вещество 6,38...16,28, %.

**Результаты:** в ходе проведения экспериментального исследования, направленного на выявление оптимальных параметров прессования, были установлены следующие величины, при которых выход масла находится в диапазоне 0,275...0,310 и удельные затраты энергии составляют 0,422...0,430 кВт·ч/кг<sub>м</sub>; частота вращения шнека пресса 42,50...48,20 мин<sup>-1</sup>; ширина зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха  $(4,0...5,0) \cdot 10^{-3}$ , м; влажность семян тыквы в пересчете на абсолютно сухое вещество 11,0...11,8%.

**Научная новизна:** впервые исследован процесс прессового способа получения тыквенного масла.

**Практическое значение:** получены практические рекомендации, направленные на повышение эффективности работы шнековых прессов.

**Ключевые слова:** *прессование; оптимизация; тыквенное масло; ширина*

*зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха; частота вращения шнека пресса; влажность семян тыквы; выход масла; удельные затраты энергии.*

Тыквенное масло является ценнейшим продуктом питания. Масло обладает высоким содержанием токоферолов (витамина Е), особенно гамма-токоферола и дельта-токоферола, содержит также альфа-токоферол и витамин К.

Тыквенное масло может применяться в лечебно-профилактических, косметологических и пищевых целях [1].

Масло позволяет укрепить и сделать более эластичными стенки кровеносных сосудов, оказывает противовоспалительное действие при заболеваниях органов дыхания: бронхитах, пневмонии. Также тыквенное масло активно используется для лечения заболеваний кожных покровов (крапивница, диатез, угревая сыпь, экзема, герпес, ожоги и т.д.), повышения иммунитета, улучшения работы почек, укрепления зрения и т.д.

Это масло достаточно часто применяют в составе различных увлажняющих и питательных кремов для кожи лица и рук, солнцезащитных средств, смягчающих и увлажняющих бальзамов для губ, средств по уходу за волосами.

В пищевых целях масло используют для заправки салатов, макарон и холодных блюд, также оно используется в десертах. Разрабатываются паштеты, мясорастительные продукты, различные спреды и кондитерские изделия с добавлением масла тыквы. Популярны продукты функционального питания, необходимые для увеличения количества микронутриентов и витаминов в организме человека. К таким продуктам относятся и мясные консервы из субпродуктов с добавлением тыквенного масла.

В розничной торговле тыквенное масло отечественных производителей практически отсутствует, а в сетевых гипермаркетах цена на него слишком высока. Цена на масло российского производства такая же, как и на импортное, ее колебания связаны больше с объемом потребительской тары, за исключением штирийского масла, которое является самым дорогим не только в России, но и во всех странах мира [2].

По поставкам тыквенного масла в Россию Украина занимает лидирующую позицию (41 % от общего объема импорта). Остальная доля рынка принадлежит отечественным компаниям из 9 регионов страны. Лидером среди компаний-импортеров является ООО «Агросельпром-р» (около 40 %).

Математическое описание процесса прессования семян тыквы может быть получено эмпирическим путем. При этом его математическая модель имеет вид уравнения регрессии, найденного статистическими методами на основе экспериментов и описывается полиномом второй степени в виде уравнения (1).

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^N b_i x_i + \sum_{i=1}^N b_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j}^N b_{ij} x_i x_j, \quad (1)$$

где  $b_0$  - свободный член уравнения, равный средней величине отклика при условии, что рассматриваемые факторы находятся на средних, "нулевых"

уровнях;  $x$  - масштабированные значения факторов, которые определяют функцию отклика и поддаются варьированию;  $i, j$  - индексы факторов;  $b_i$  - коэффициенты при линейных членах;  $b_{ij}$  - коэффициенты двухфакторных взаимодействий, показывающие, насколько изменяется степень влияния одного фактора при изменении величины другого;  $b_{ii}$  - коэффициенты квадратичных эффектов, определяющие нелинейность выходного параметра от рассматриваемых факторов,  $N$  - число факторов в матрице планирования.

В качестве основных факторов, оказывающих наибольшее влияние на процесс прессования семян тыквы в шнековом прессе, были выбраны:  $x_1$  – частота вращения шнека пресса,  $\text{мин}^{-1}$ ;  $x_2$  – ширина зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха, м;  $x_3$  – влажность семян тыквы в пересчете на абсолютно сухое вещество, %.

Критериями оценки влияния различных факторов на процесс прессования семян тыквы выбраны:  $Y_1$  – выход масла, представляющий собой отношение количества масла, извлеченного в результате прессования к общей массе семян, из которых оно извлечено;  $Y_2$  – удельные затраты энергии на получение 1 кг тыквенного масла,  $\text{кВт}\cdot\text{ч}/\text{кг}_\text{м}$ .

Для исследования было выбрано центральное композиционное ротатабельное униформпланирование с полным факторным экспериментом  $2^3$ . Порядок опытов рандомизировали посредством таблицы случайных чисел, для исключения влияния неконтролируемых параметров на результаты эксперимента. В результате статистической обработки экспериментальных данных получили уравнения регрессии, адекватно описывающие процесс прессования под влиянием исследуемых факторов:

$$Y_1 = 0,2732 - 0,0322 x_1 - 0,0459 x_2 + 0,0486 x_3 + 0,0995 x_1 x_3 - 0,0122 x_{12} + 0,0235 x_{22} - 0,0178 x_{32}; \quad (2)$$

$$Y_2 = 0,4219 + 0,0008 x_1 - 0,1079 x_2 + 0,0637 x_3 - 0,0337 x_1 x_2 + 0,0347 x_1 x_3 + 0,0269 x_1^2 + 0,0175 x_2^2. \quad (3)$$

Анализ уравнений регрессии (2) и (3) позволяет выделить факторы, наиболее влияющие на рассматриваемый процесс.

На выход масла наибольшее влияние оказывает влажность семян, загружаемых в приемную воронку шнекового пресса, наименьшее – частота вращения шнека. На удельные затраты энергии при прессовании, наибольшее влияние оказывает ширина зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха, наименьшее – частота вращения шнека.

Все полученные уравнения (2) и (3) нелинейные. Таким образом, в результате выполнения двадцати опытов получена информация о влиянии факторов и построена математическая модель процесса, позволяющая рассчитать выход тыквенного масла и удельные затраты энергии на реализацию процесса прессования семян тыквы внутри выбранных интервалов варьирования входных факторов.

На рисунках 1 и 2 представлены кривые равных значений, построенные

по уравнениям 3 и 3, которые несут смысл инженерных номограмм и представляют практический интерес.

Задача оптимизации сформулирована следующим образом: найти такие режимы работы шнекового пресса, которые бы в широком диапазоне изменения входных параметров обеспечивали максимальное значение величины выхода масла и минимум удельных затрат энергии.

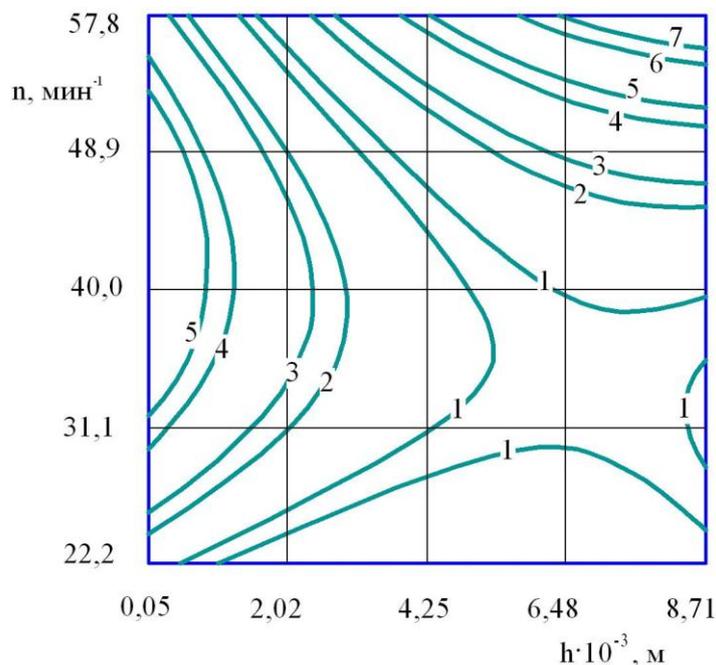


Рисунок 1 - Кривые равных значений выхода масла  $Y_1$  от частоты вращения шнека пресса  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$  и ширины зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха  $h$ , м:  
 1 – 0,10; 2 – 0,15; 3 – 0,20; 4 – 0,25; 5 – 0,30; 6 – 0,35; 7 – 0,40; 8 – 0,45; 9 – 0,50

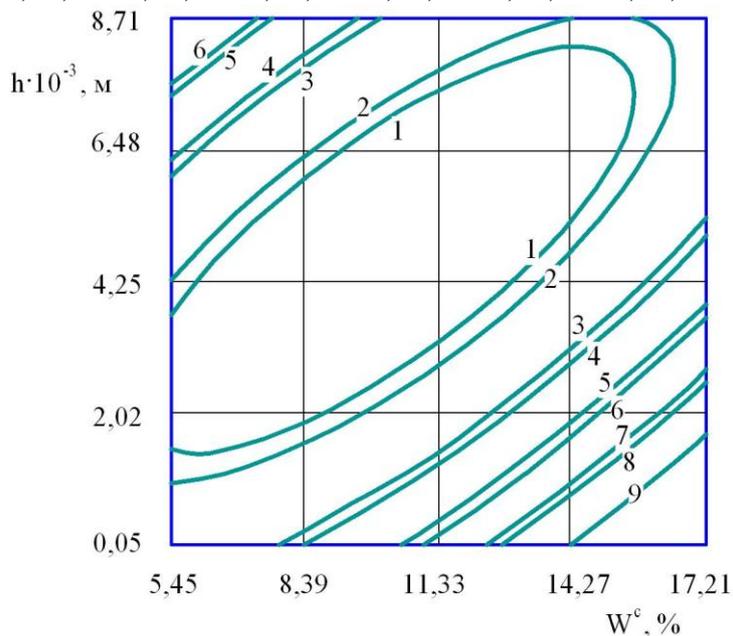


Рисунок 2 - Кривые равных значений удельных затрат энергии  $Y_2$ ,  $\text{кВт} \cdot \text{ч} / \text{кг}_m$  на прессование семян тыквы от ширины зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха  $h$ , м и влажности семян тыквы  $W^c$ , %:  
 1 – 0,20; 2 – 0,2625; 3 – 0,325; 4 – 0,3875; 5 – 0,450; 6 – 0,5125;  
 7 – 0,5750; 8 – 0,6375; 9 – 0,70

При выборе оптимальных значений величины выхода масла получили следующие результаты: частота вращения шнека пресса  $x_1 = 49,8 \text{ мин}^{-1}$ ; ширина зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха  $x_2 = 5,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; влажность семян тыквы  $x_3 = 10,18 \%$ .

При выборе оптимальных параметров затрат энергии необходимо исходить из их минимально допустимых значений. Такими значениями в данном случае являются: частота вращения шнека пресса  $x_1 = 42,7 \text{ мин}^{-1}$ ; ширина зазора выходного кольцевого отверстия для выхода жмыха  $x_2 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ; влажность семян тыквы  $x_3 = 11,95 \%$ . В этом случае затраты энергии равны  $Y_2 = 0,422 \text{ кВт} \cdot \text{ч/кг}_\text{м}$ .

В результате наложения оптимальных интервалов параметров  $x_i$  друг на друга получаем, что общими для критериев оптимизации  $Y_1$  и  $Y_2$  являются диапазоны:  $x_1 = 42,5 \dots 48,20 \text{ мин}^{-1}$ ;  $x_2 = (4,0 \dots 5,0) \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $x_3 = 11,0 \dots 11,8 \%$ .

### Литература

1. Пегова Р.А. Растительные масла. Состав и перспективы использования масла семян тыквы CUCURBITA PEPO в терапии (обзор) [Текст] / Пегова Р.А., Воробьева О.А., Кольчик О.В., Большакова А.Е., Жильцова О.Е., Мельникова Н.Б. // Медицинский альманах № 2 (32) май 2014: сб. статей. - Нижний Новгород, 2014. – С. 127 – 134.
2. Василенко, В. Н. Математическая модель движения сырья в шнековом канале маслопресса/ В.Н.Василенко, М.В. Копылов, И.В.Драган, Л.Н. Фролова // Вестник ВГУИТ, 2013. - №3. - С. 18-22.

**Aim:** Determination of the optimal parameters of the process of pressing pumpkin seeds, in which the yield of oil is maximal, and the energy expenditure is minimal.

**Methodology:** experimental studies of pressing pumpkin seeds in a screw press were carried out with the following parameters of the input factors change: the screw speed of the press 25,0 ... 55,0 min<sup>-1</sup>, the width of the gap of the outlet annular hole for the exit of the cake, 0.5 ... 8.0 mm, humidity seeds of a pumpkin in recalculation on absolutely dry substance 6,38 ... 16,28, %.

**Results:** in the course of the pilot study aimed at identifying the optimum compression parameters, the following values were established at which the oil yield is in the range 0.275 ... 0.310 and the specific energy consumption is 0.422 ... 0.430 kWh / kgm: the screw speed of the press is 42.50 ... 48.20 min<sup>-1</sup>; width of the gap of the outlet annular opening for the exit of the cake (4,0 ... 5,0) • 10<sup>-3</sup>, m; humidity of pumpkin seeds in terms of absolutely dry matter 11.0 ... 11.8, % .

**Scientific novelty:** the process of the pressing process for the production of pumpkin oil

**Practical value:** practical recommendations aimed at improving the efficiency of screw presses were obtained.

**Keywords:** *pressing; optimization; pumpkin seed oil; pumpkin seeds; the rotational speed of the screw press; moisture content of pumpkin seeds; oil yield; the specific energy consumption.*

*Статья рекомендована к публикации зав.кафедрой товароведения и экспертизы товаров ФГБОУ ВО «Воронежский государственный аграрный университет имени императора Петра I», доктором технических наук, профессором Дерканосовой Н.М.*

*Дата поступления рукописи 15.11.2017г.*

**УДК 624**

**В.П. Сазанов<sup>1</sup>, канд. техн. наук, В.Ф. Павлов<sup>1</sup>, д-р техн. наук, Ю.Н. Петрова<sup>2</sup>, канд. техн. наук, И.В. Жданов<sup>3</sup>, канд. техн. наук, Д.С. Афенченко<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> - ФГАОУВО Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П.Королева, Самара, РФ, e-mail: [sopromat@ssau.ru](mailto:sopromat@ssau.ru),

<sup>2</sup> - ГОВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского», Донецк, ДНР, e-mail: [engineer@kaf.donnuet.education](mailto:engineer@kaf.donnuet.education),

<sup>3</sup> - Фирма «Beier mashinery», Джангджиганг, Китайская народная республика, e-mail: [lateralus2@mail.ru](mailto:lateralus2@mail.ru).

## **НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РАСЧЕТА ЗАМКНУТЫХ КРУГОВЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК**

**V.P. Sazanov, Cand. Sci. (Tech.), V.F. Pavlov<sup>1</sup>, Dr. Sci. (Tech.), Professor, Y.N. Petrova<sup>2</sup>, Cand. Sci. (Tech.), PhD, I.V. Zhdanov<sup>3</sup>, Cand. Sci. (Tech.), D.S. Afenchenko<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> - Samara National Research University named after S.P. Korolev, Samara, RF, e-mail: [sopromat@ssau.ru](mailto:sopromat@ssau.ru),

<sup>2</sup> - Donetsk National University of Economics and Trade named after Mykhailo Tugan-Baranovsky, Donetsk, DPR, e-mail: [engineer@kaf.donnuet.education](mailto:engineer@kaf.donnuet.education),

<sup>3</sup> - Company «Beier mashinery», Zhangjiagang, China, e-mail: [lateralus2@mail.ru](mailto:lateralus2@mail.ru).

## **SOME FEATURES OF CALCULATING CIRCULAR CYLINDRICAL SHELLS**

**Цель статьи:** определение границ применимости формул сопротивления материалов при расчете замкнутых цилиндрических оболочек для их рационального использования при математическом моделировании.

**Методика:** В работе использовались классические методы теории напряженно-деформированного состояния сопротивления материалов, бигармонические уравнения теории упругости с использованием дифференциального оператора Лапласа и функций Крылова.

**Результаты:** В результате исследований доказано, что трубчатый стержень длиной  $l \leq \frac{3}{4} \cdot \frac{R}{\beta} \cdot \frac{1}{1,2854} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0,5835 \sqrt{R\delta}$  (где  $R$  – радиус, а  $\delta$  – толщина цилиндрической оболочки) можно рассчитывать по балочным формулам для полосы единичной ширины с погонной нагрузкой на стержень  $2qR$ . При длине стержня от  $l$  до  $2l$  ( $l = \pi \frac{R}{\beta}$ , где  $\beta \leq \frac{3R}{4l}$  – геометрическая характеристика оболочки) стержень можно рассматривать как оболочку, работающую на краевой эффект изгиба в продольном направлении. Если длина стержня  $l > 2,88 \sqrt{\frac{Ei}{\sigma h}}$  (где  $i$  – радиус инерции площади поперечного сечения,  $h = 2R$  – высота гибкой нити,  $E$  – модуль упругости 1-ого рода), то трубчатый стержень следует рассчитывать как гибкую нить с напряжением растяжения от провисания нити.

**Научная новизна:** Разработан критерий, устанавливающий границу между гибкой нитью и балкой.

**Практическая значимость:** Разработанный критерий, позволит оценить область применения расчетных формул в проектных работах, когда трубчатый стержень можно рассчитывать как балку, а когда – как гибкую нить.

**Ключевые слова:** балка, гибкая нить, трубчатый стержень, напряжения, деформации

**Постановка проблемы в общем виде и связь с наиболее важными научными или практическими заданиями.** Для изучения конкретного напряженного состояния, его напряжений и деформаций, прежде всего нужно обосновать расчетную схему изучаемого объекта. В этой схеме оговариваются некоторые допущения о несущественном влиянии отдельных элементов конструкции, некоторых кинематических связей, некоторых внутренних усилий, обосновывается вид напряженно-деформированного состояния, обосновывается возможность использования известных физических и математических законов и пр. С учетом перечисленных и других допущений создается математическая модель изучаемого объекта. Эта модель может быть системой дифференциальных уравнений в обыкновенных или частотных производных.

После решения уравнений математической модели можно увидеть и проанализировать основные поведения элементов изучаемого объекта; найти уравнения движения и взаимного расположения отдельных узлов конструкции, скорости и ускорений, сил взаимодействия между отдельными элементами конструкции, внутренние силовые факторы, напряжения и перемещения.

Упрощения в решении этих задач и допущения в отклонении расчетных силовых факторов и деформаций от действительных значений зависят от точности расчетной схемы и математической модели.

Самой популярной, простой и самой необходимой для инженерной практики учебной дисциплиной является сопротивление материалов. Однако в

курсе сопротивления материалов есть существенный недостаток. Здесь практически не оговариваются границы применимости расчетных формул. Этот недостаток может привести к невидимым для неопытного расчетчика погрешностям или очевидному абсурдному результату расчета. Исключение составляет расчет на устойчивость равновесия деформируемых систем, практически во всей справочной литературе приводятся границы применимости формулы Эйлера [1].

**Целью настоящей статьи** является определение границ применимости формул сопротивления материалов при расчете замкнутых цилиндрических оболочек для их рационального использования при математическом моделировании.

**Изложение основного материала.** Рассмотрим преобразование замкнутой круговой цилиндрической оболочки в балку или гибкую нить в зависимости от отношения ее длины к радиусу.

Дифференциальное уравнение общей моментной технической теории расчета круговых цилиндрических оболочек известно в виде [2, 3]

$$\nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \nabla^2 \Phi + \frac{1-\eta^2}{c^2} \frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} = 0, \quad (1)$$

где  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ ,  $\xi = \frac{\beta}{R} x$ ,  $\theta = \frac{s}{R}$ ,  $c^2 = \frac{\delta^2}{12R^2}$ ,  $\Phi(\xi, \theta)$ - разрешающая функция.

Геометрическая характеристика оболочки вычисляется по формуле

$$\beta = \sqrt[4]{3(1-\nu^2) \frac{R^2}{\delta^2}}. \quad (2)$$

Известно, что при плавно изменяющейся в кольцевом направлении нагрузке уравнение (1) распадается на два независимых уравнения типа балки на сплошном упругом основании [3, 4].

Одно из этих уравнений описывает краевой эффект изгиба оболочки в продольном направлении

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} + 4\beta^4 \Phi = 0, \quad \beta = \sqrt[4]{3(1-\mu^2) \frac{R^2}{\delta^2}} = 1,2854 \sqrt{\frac{R}{\delta}}, \quad (3)$$

а другое уравнение соответствует полубезмоментному напряженному состоянию

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial \xi^4} + 4\alpha^4 \Phi = 0, \quad \alpha = \frac{n^2 \sqrt{n^2 - 1}}{2\beta}, \quad (4)$$

где  $n$  – номер члена разложения нагрузки в ряд Фурье.

Первое решение определяет краевой эффект изгиба оболочки вдоль образующей, второе – изгиб оболочки в кольцевом направлении. Частным случаем полубезмоментного состояния (при  $n=1$ ) является безмоментное кососимметричное напряженное состояние, что соответствует изгибу балки.

Выполнив расчет замкнутой круговой жестко заземленной по торцам оболочки, нагруженной радиальной равномерно распределенной по полукругу нагрузкой интенсивностью  $q$ , получим основной силовой фактор – изгибающий момент в продольном направлении [2]

$$M_1(x, \theta) = - \sum_{n=1,3,5} \frac{q(n)R^2}{2\beta^2} (k_1\Phi_1 - 2k_2\Phi_2 + 2\Phi_3) \cos n\theta \quad (5)$$

При больших аргументах функций Крылова  $\Phi_i$  когда  $kl/2 > 4$ , коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  примут единичные значения и сочетание функций Крылова в (5) приведет к быстро затухающей функции

$$U\left(\frac{\beta}{R}x\right) = \Phi_1 - 2\Phi_2 + 2\Phi_3$$

в уравнении изгибающих моментов (рис.1)

$$M_1(x, \theta) = - \frac{q(\theta)R^2}{2\beta^2} U\left(\frac{\beta}{R}x\right). \quad (6)$$

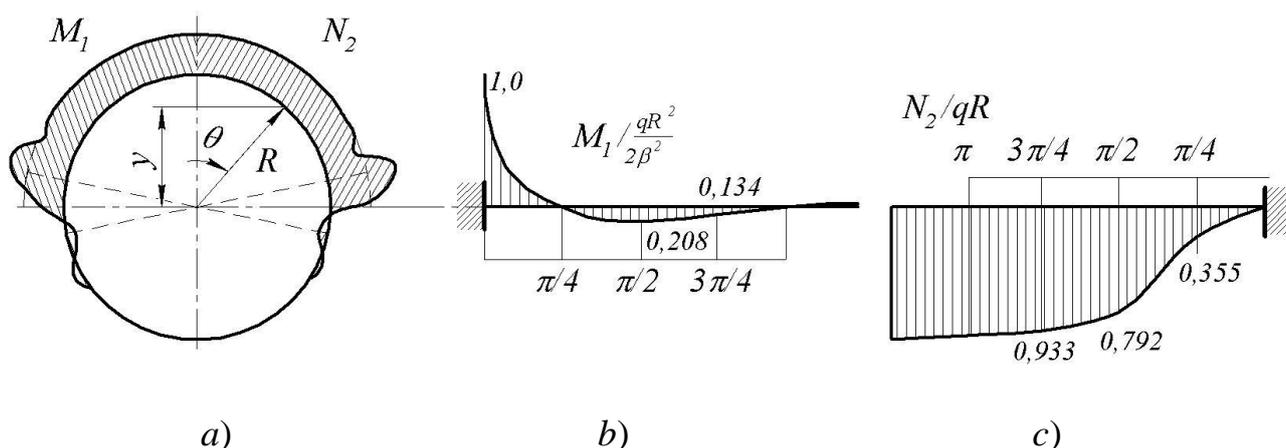


Рисунок 1 –Эпюры основных силовых факторов в краевом эффекте изгиба оболочки

a) в кольцевом направлении; b) продольного момента  $M_1$  в продольном направлении; c) кольцевого усилия  $N_2$  в продольном направлении

Учитывая, что  $U(\beta\xi) = e^{-\beta\xi}(\cos \beta\xi - \sin \beta\xi)$ , из (6) следует, что краевой эффект изгиба оболочки распространяется на участке  $\beta\xi = \frac{\beta x}{R} \approx \frac{3}{2}\pi$ , т.е. при  $x < \frac{3}{2} \frac{\pi R}{\beta}$ .

Если  $\beta\xi \leq \frac{3}{4}$ , то можно считать, что

$$\Phi_1(\beta\xi) = ch\beta\xi \cdot \cos \beta\xi = \left(1 + \frac{\beta^2 \xi^2}{2} + \frac{\beta^4 \xi^4}{24}\right) \cdot \left(1 - \frac{\beta^2 \xi^2}{2} + \frac{\beta^4 \xi^4}{24}\right) = 1 - \frac{\beta^4 \xi^4}{6}.$$

$$\Phi_2(\beta\xi) = \beta\xi, \quad \Phi_3(\beta\xi) = \frac{\beta^2 \xi^2}{2}, \quad \Phi_4(\beta\xi) = \frac{\beta^3 \xi^3}{6}.$$

При этом коэффициент начальных параметров окажется равным  $k_1 = 2 \frac{\Phi_2 \Phi_3 - \Phi_1 \Phi_4}{\Phi_1 \Phi_2 + \Phi_3 \Phi_4} = \frac{2}{3} \beta^2 \xi^2$  и согласно (6) изгибающий момент в заземлении оболочки (при  $\xi = 0$ ) будет вычисляться по формуле

$$M_1(0) = -\frac{q(\theta)R^2}{2\beta^2} k_1 = -\frac{q(\theta)R^2}{2\beta^2} \cdot \frac{2}{3} \frac{\beta^2 l^2}{4R^2} = -\frac{q(\theta)l^2}{12}, \quad (7)$$

что соответствует балочному значению.

Это значит, что при  $\beta\xi \leq \frac{3}{4}$ , т.е. при  $\beta \frac{l}{R} \leq \frac{3}{4}$  или

$$l \leq \frac{3}{4} \cdot \frac{R}{\beta} \cdot \frac{1}{1,2854} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0,5835 \sqrt{R\delta} \quad (8)$$

из цилиндрической оболочки можно вырезать полосу единичной ширины и рассчитывать ее по балочным формулам

$$\sigma = \frac{M_1(0)}{W} = \frac{q(\theta)l^2}{12} \cdot \frac{6}{\delta^2} = \frac{ql^2}{2\delta^2} \quad (9)$$

Рассмотрим трубчатый стержень диаметром  $d=20$  см с толщиной стенки  $\delta=5$  мм. Геометрическая характеристика оболочки

$$\beta = 1,28 \sqrt{\frac{R}{\delta}} = 1,28 \sqrt{\frac{10}{0,5}} = 5,72.$$

Если длина стержня находится в пределах  $l \leq 0,5835 \sqrt{R\delta} = 0,5835 \sqrt{10 \cdot 0,5} = 2,6$  см, то такой трубчатый стержень можно рассчитывать по балочным формулам для полосы единичной ширины с погонной нагрузкой на стержень  $2qR$ :

$$\sigma = \frac{ql^2}{12} \frac{6}{\delta^2} = \frac{q \cdot 2R \cdot l^2}{12} \frac{6}{\delta^2} = \frac{qR^2}{\delta^2} = \frac{0,1 \cdot 2,6^2}{0,5^2} = 2,7q.$$

Отсюда допускаемая нагрузка при  $[\sigma]=160$  МПа равна  $q=59,3$  МН/м.

При длине стержня от  $l$  до  $2l$  ( $l = \pi \frac{R}{\beta} = \pi \frac{10}{5,72} = 5,5$  см) стержень можно рассматривать как оболочку, работающую на краевой эффект изгиба в продольном направлении. Изгибающий момент вдоль образующей в защемлении [2]

$$M_1 = \frac{qR^2}{2\beta^2}, \text{ а напряжение } \sigma = \frac{M_1}{W} = \frac{qR^2}{2\beta^2} \frac{6}{\delta^2} = \frac{0,1^2 \cdot 6 \cdot q}{2 \cdot 5,72^2 \cdot 5^2 \cdot 10^{-6}} = 36,67q,$$

т.е. допускаемая нагрузка на стержень  $q = \frac{[\sigma]}{36,67} = 4,36 \cdot 10^6$  МН/м.

В длинных нитях изгибающий момент от распределенной нагрузки небольшой и изгибными напряжениями можно пренебрегать. Но при этом необходимо иметь критерий, по которому можно оценить область применения расчетных формул, то есть знать, когда стержень следует рассчитывать как балку, а когда – как гибкую нить.

В двухопорной балке от распределенной нагрузки без учета продольной силы изгибающий момент  $M = \frac{ql^2}{8}$ , а с учетом растягивающей силы  $N$   $M = \frac{qNI}{N}$ . Чем больше длина стержня, тем больше влияние продольной силы. Когда напряжение в стержне от поперечной нагрузки превысит напряжения от продольно-поперечного изгиба, то балочными формулами пользоваться нельзя, так как балка превращается в гибкую нить.

Отсюда находим критерий, устанавливающий границу между гибкой нитью и балкой. Гибкой нитью будем считать стержень, для которого изгибающий момент от распределенной нагрузки без учета продольной силы больше изгибающего момента с учетом растягивающей силы  $N$ . То есть  $\frac{ql^2}{8} > \frac{qEI}{N}$ . Подставляя сюда значение продольной силы  $N = \frac{8f^2EF}{3l^2}$ , получим условие  $f > i\sqrt{3}$  ( $i$  – радиус инерции площади поперечного сечения). С учетом прогиба в балке  $f = \frac{5ql^4}{384EI}$  и нагрузки  $q = \frac{8W\sigma}{l^2}$ , находим, что при

$$\frac{l}{h} > 2,88 \sqrt{\frac{Ei}{\sigma h}}, \quad (10)$$

балка превращается в гибкую нить.

То есть, если длина стержня  $l > 2,88h\sqrt{\frac{Ei}{\sigma h}} = 2,88 \cdot 0,2\sqrt{\frac{2 \cdot 10^5 \cdot 0,689}{160 \cdot 2}} = 11,95$  м, то стержень следует рассчитывать как гибкую нить с напряжением растяжения от провисания нити со стрелой  $f$  при неподвижных опорах, с напряжением  $\sigma = \frac{8f^2}{3l^2}E$ . Отсюда находим допускаемое значение стрелы провисания нити [2]

$$f = \sqrt{\frac{3\sigma^2}{8E}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 160}{8 \cdot 2 \cdot 10^5}} 11,95 = 0,207 \text{ м.}$$

А так как в защемленной на опорах балке  $f = \frac{5}{384} \frac{q_1 l^4}{EI} = \frac{5}{384} \frac{2qRl^4}{E\pi R^4(1-r^4/R^4)}$ , то допускаемое значение радиальной нагрузки на трубчатый стержень

$$q = \frac{384 \cdot E}{40 \cdot l^4} \pi R^3 (1 - r^4/R^4) f = 9,6 \frac{2 \cdot 10^{11}}{11,95^4} \pi \cdot 0,1(1 - 0,95^4) \cdot 0,207 = 11357 \text{ Н/м},$$

что в 384 раза меньше, чем в оболочке ( $q=4,36$  МН/м).

Заметим, что в таком стержне длиной  $l=11,95$  м при расчете оболочки на кососимметричное нагружение получим решение по балочным формулам от изгибающего момента на опоре  $M_{\max} = \frac{ql^2}{12}$  с напряжением

$$\sigma = \frac{M_{\max}}{W} = \frac{ql^2}{12} \frac{4}{\pi R^3(1-r^4/R^4)} = q \frac{11,95^2}{3 \cdot \pi \cdot 0,1^3 \cdot 0,1855} = 256612q, \text{ откуда при } [\sigma]=160$$

МПа найдем допускаемую нагрузку  $[q]=623,5$  Н/м.

**Выводы.** По результатам исследований видно, что: на нижней применимости балочных формул продольные напряжения вычислять по формулам гибкой нити нельзя; этими напряжениями, вычисленными по относительной деформации продольной оси балки можно пренебрегать. Небольшие напряжения от собственного веса свидетельствуют о том, что в таких стержнях (балках) собственным весом по сравнению с нагрузкой можно пренебрегать.

На нижней границе гибких нитей (верхней границе балки) продольные напряжения, вычисленные по усилию гибкой нити, практически одинаковые, но изгибные напряжения являются определяющими.

В гибких нитях изгибные напряжения вычислять по балочным формулам нельзя; здесь определяющими являются напряжения растяжения от продольного усилия.

### Литература

1. Феодосьев В.И. Соппротивление материалов: Учеб. для вузов, Т.2. – 10-е изд., перераб. и доп. Сер. Механика в техническом университете [Текст] / В.И.Феодосьев. - М.: Изд-во МГТУ им.Н.Э.Баумана, 1999.- 592с.

2. Шевченко, Ф.Л. Механика упругих деформируемых систем, ч.1. Напряженно-деформированное состояние стержней. Изд. 2 [Текст] / Ф.Л. Шевченко. - Донецк: ООО «Nord-press», 2005.- 289с.
3. Прокопович, И.Е. Расчет тонких упругих цилиндрических оболочек и призматических складок [Текст] / И.Е.Прокопович, И.Н.Слезингер, М.В.Штейнберг.- К.: Будівельник, 1967.- 240 с.
4. Гольденвейзер, А.Л. Теория упругости тонких оболочек [Текст] / А.Л. Гольденвейзер. – М.: Наука, 1976. – 512 с.

**The purpose of the article** is to determine the limits of the applicability of the material resistance formulas for the calculation of closed cylindrical shells for their rational use in mathematical modeling.

**Methods.** The classical methods of the theory of stress-strain state of material resistance, biharmonic equations of the theory of elasticity using the differential Laplace operator and Krylov functions were used in the work.

**Results.** As a result of the research it was proved that a tubular rod of length  $l \leq \frac{3}{4} \cdot \frac{R}{\beta} \cdot \frac{1}{1,2854} \sqrt{\frac{\delta}{R}} = 0,5835 \sqrt{R\delta}$  (where  $R$  is the radius,  $\delta$  is the thickness of the cylindrical shell) can be calculated from girder formulas for a strip of unit width with a linear load on the rod  $2qR$ . With the length of the rod from  $l$  to  $2l$  ( $l = \pi \frac{R}{\beta}$ , where  $\beta \leq \frac{3}{4} \frac{R}{l}$  is the geometric characteristic of the shell), the rod can be considered as a shell working on the edge bending effect in the longitudinal direction. If the length of the rod  $l > 2,88 \sqrt{\frac{Ei}{\sigma h}}$  (where  $i$  is the radius of inertia of the cross-sectional area,  $h = 2R$  is the height of the flexible thread,  $E$  is the modulus of elasticity of the 1<sup>st</sup> kind), then the tubular rod should be counted as a flexible thread with tensile stress from the sagging thread.

**Scientific novelty.** A criterion has been developed that establishes a boundary between a flexible thread and a beam.

**Practical importance.** The developed criterion, will allow to estimate the area of application of design formulas in design works, when the tubular rod can be counted as a beam, and when - as a flexible thread.

**Keywords:** *beam, flexible thread, tubular rod, tension, deformation*

*Статья рекомендована к публикации зав.кафедрой общинженерных дисциплин ГО ВПО «Донецкий национальный университет экономики и торговли имени Михаила Туган-Барановского», доктором технических наук, доцентом Соколовым С.А.*

*Дата поступления рукописи 11.12.2017г.*